Wis

Analyse

niet gedefinieerd:

$+\infty + (-\infty)$	∞ / ∞
$-\infty + (+\infty)$	$0/0$ of $a/0$
$0 \cdot (+\infty)$	0^0
$0 \cdot (-\infty)$	∞^0

dom, beeld, interval $\rightarrow$ $]\ ;\ [$
↳ bv $\mathbb{R}_0^+ \setminus \{2\}$

discontinuïteit een gat

snijpunt (,).

Inverse van $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto y = 5x - 3$
is $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: y \mapsto x$
met $y = 5x - 3$
$\Updownarrow$
$x = \frac{y+3}{5}$

dus: $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: \cancel{y} \mapsto x = \frac{y+3}{5}$

of beter: $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto y = \frac{x+3}{5}$

twee punten snijden $\Rightarrow$ stelsel.

$g \circ f$, g komt na f.
$x \mapsto y = g(f(x))$
eerst f uitwerken, en dan komt de g bewerking!

Constante functie: $f(x) = a$ $(a \in \mathbb{R})$
lineaire functie: $f(x) = ax + b$ $(a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0)$
↳ snijpunt x-as = nulpunt.
↳ $(\frac{-b}{a}, 0)$ is nulpunt.

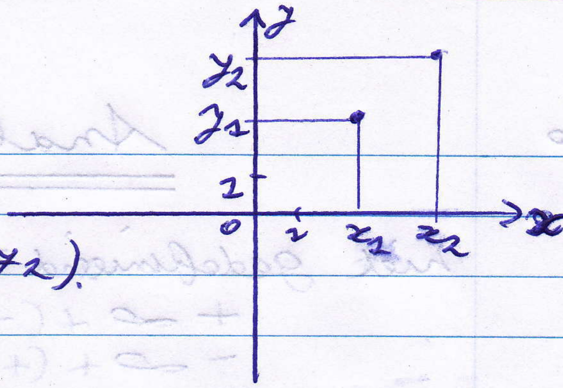
eigenschappen:
dom, bld $f: \mathbb{R}$
Continu in $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	nulpunt	$+\infty$
$f(x)$	$-a$	0	a

← teken van a

parabool

functies v.d. 2e graad.



rechte door (x_1, y_1) en (x_2, y_2).

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}: x \mapsto f(x) = y$.

met $\dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

vgl.: $y = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1) + y_1$.

↳ r.c., richtingscoëfficiënt

" $y - y_1 = r.c. \cdot (x - x_1)$

TOP: $\left(\dfrac{-b}{2a}, f\left(\dfrac{-b}{2a}\right)\right)$ $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}: x \mapsto ax^2 + bx + c$.

met $D = b^2 - 4ac$.

$x_1, x_2 = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

(nulwaarden)

$D > 0$

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$f(x)$	a	0	−a	0	a

↳ teken van a. $a > 0 \to$ dalparabool; $a < 0 \to$ bergparabool.

$D < 0$

↳ grafiek snijdt de x-as niet.

$D = 0$

↳ grafiek zijn top is op de x-as.

$a^{\frac{r}{q}} = \sqrt[q]{a^r}$ $a^{-\frac{r}{q}} = \dfrac{1}{a^{\frac{1}{q}}}$ floor ↓ ceiling ↑ naar $\mathbb{Z}$

"asymptoot" bij exponentiële functies & limieten.

e^x = natuurlijke exponentiële functie.

keerpunt

$y = \log_a x \iff x = a^y$

rekenregels:

$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

$\log_a(x^r) = r \cdot \log_a x$

$\log_a a = 1$

$\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$

$10 \to$ Briggse

$\ln x = \log_e x$ = Neperiaanse of natuurlijke logaritme.

Wis

Algebra van Boole.

Commutativiteit: van plaats mogen wisselen.

$x+y=y+x$

$x\cdot y=y\cdot x$

associativiteit: haakjes van plaats mogen wisselen.

$x+(y+z)=x+y+z$.

$x\cdot(y\cdot z)=x\cdot y\cdot z$.

distributiviteit: haakjes mogen uitwerken:

$x\cdot(y+z)=(x\cdot y)+(x\cdot z)$

$x+(y\cdot z)=(x+y)\cdot(x+z)$

identiteit (neutraal element):

$x+0=x$

$x\cdot 1=x$

Complementswet:

$x+\overline{x}=1$

$x\cdot\overline{x}=0$

Wet v.d. Morgan:

$\overline{x+y}=\overline{x}\cdot\overline{y}$ $\qquad$ $\overline{x+y+z}=\overline{x}\cdot\overline{y}\cdot\overline{z}$

$\overline{x\cdot y}=\overline{x}+\overline{y}$ $\qquad$ $\overline{xyz}=\overline{x}+\overline{y}+\overline{z}$

Dualiteitsbeginsel

$+ \to \cdot$

$\cdot \to +$

$0 \to 1$

$1 \to 0$

$\overline{} \to \overline{}$

involutie:

$\overline{\overline{x}}=x$

idempotentie:

$x+x=x$

$x\cdot x=x$

begrenzing:

$x+1=1$

$x\cdot 0=0$

Bewijzen:

met "+" start met $\times 1$ dan Complement.
met "·" start met $+0$ + dan distri

absorptie:

$x+(x\cdot y)=x$

$x\cdot(x+y)=x$

Disjunctieve normaalvorm	Conjunctieve normaalvorm
D NV	C NV
Som van minimale termen	product van maximale termen
↓ ↓	↓ ↓
+ · · · · ·	· ...+...+...+...
bv: $f(x) = xy + \bar{x}y$.	$f(x) = (x+y) \cdot (x+\bar{y})$
Zoek alle outputwaarden "1"	Zoek alle outputwaarden "0"
de input: $0 \to \bar{x}_i$	de input: $0 \to x_i$
$1 \to x_i$	$1 \to \bar{x}_i$
verbinden met '+'	verbinden met '·'

Veitch - Karnaugh diagram.

KD			$\bar{u}\,\bar{v}$	$\bar{u}\,v$	$u\,v$	$u\,\bar{v}$
$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$				
$\bar{x}$	$\bar{y}$	z				
$\bar{x}$	y	z				
$\bar{x}$	y	$\bar{z}$				
x	y	$\bar{z}$				
x	y	z				
x	$\bar{y}$	z				
x	$\bar{y}$	$\bar{z}$				

Wis

Lineaire Algebra

a_{ij}, kolom
rij i, kolom j

$A^{m \times n}$ is orde, dimensie van A.

Rij-matrix : $(\ldots \ldots)$

Kolommatrix : $(\vdots)$

Vierkante matrix

diagonaalmatrix

α nevendiagonaalmatrix

Zelfde getallen: scalaire matrix $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Symmetrische matrix, scheefsymmetrische matrix.
⇔ $a_{ij} = a_{ji}$ ⇔ $a_{ij} = -a_{ji}$

Eenheidsmatrix

Benedendriehoeksmatrix

Bovendriehoeksmatrix

nulmatrix

deelmatrix

gepartitioneerde matrix

Matrixproduct elke rij + kolom.

$$\underset{2 \times 3}{A} \quad \underset{3 \times 4}{B}$$

moet zelfde zijn

2×4 = uitkomst.

A^T = getransponeerde matrix

$1 \; . \; 2 \rightarrow \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ 2 \end{matrix}$ rij wordt kolom & kolom wordt rij.

$A^2 = A$ = idempotent

Wis

Determinant (1)

$\det A = |A|$

minor is a_{ij}

Cofactor is $(-1)^{i+j} \cdot |\quad|$ det v/d rest.

2° orde: $ad - bc$.

regel van Sarrus: $\backslash + \backslash + \backslash \; - / - / - /$.

diagonaalmatrix: product v/d diagonaal.

rijoperaties.

1. $|A| = -|A|$ na rijen verwisselen.
2. $|A| = |B|$ na $K_1 \to K_1 + 2.K_2$.
3. $|A| = 3 \cdot |B|$ na $R_2 \Rightarrow 3.R_2$.
4. $\begin{vmatrix} 0 & \cdots \\ 0 & \cdots \\ 0 & \cdots \end{vmatrix} = 0$ na nulrij/kolom.
5. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0$ na 2 dezelfde rijen/kolommen.
6. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 0$ na veelvouden van elkaar.

$A \cdot A^{-1} = I_n = A^{-1} \cdot A$.

$A_b \left(\underbrace{\vdots \quad \vdots \quad \vdots}_{\text{matrix } A} \;\middle|\; \vdots \right)$ uitgebreide matrix, verhoogde matrix

$A \quad \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$ = homogeen stelsel.

Canonieke matrix. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & \vdots \end{pmatrix}$

A^{-1} maken $(A \mid I_n)$ en dan tot $(I_n \mid A^{-1})$.

Homogeen: $\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$ $0 = 1$ uitkomst $V = \emptyset$; $V = \{ (\frac{13}{7} + \frac{3}{7}\delta, -\frac{4}{7} + \delta, \delta) \mid \delta \in \mathbb{R} \}$

Stelling van Rouché

r van A = r van A_B = n $\Rightarrow$ 1 opl. $|A| \neq 0 \Rightarrow 1$ opl.

r van A = r van A_B < n $\Rightarrow$ r hoofdonbekenden, $n - r$ vrije onbekenden. $|A| = 0 \Rightarrow$ veel opl.

r van $A \neq r$ van A_B $\Rightarrow$ strijdig stelsel. $V = \emptyset$.

Wis

Determinant (2)

methode van Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & & \cdots & \vdots \\ 0 & 1 & \vdots & \\ 0 & 0 & 1 & \vdots \end{array}\right)$$ dan stelsel.

① triangularisatiefase

② achterwaartse substitutie

methode van Cramer.

uitkomst zien.

$$x_1 = \frac{|0 \; \vdots \; \ldots|}{|A|}$$

het zelfde

Wis

Verzamelingen

lege verzameling : $\{\}$ of $\emptyset$

universum : $\mathcal{U}$

unie $\cup$, doorsnede $\cap$, verschil $\setminus$.

$\in$, $\notin$, element van.

$\subseteq$, deelverzameling van.

$\subset$, echte deelverzameling van. (min 1 element verschillend)

$P(A)$, de machtverzameling.

$P(\emptyset) = \{\emptyset\}$

$P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$

$Card(A) = \#A$ = aantal elementen.

$\#(\emptyset) = 0$

$\#P(\emptyset) = 1$

$\#A = 2$

$\#P(A) = 4$.

$\mathbb{N}$ natuurlijke, $\mathbb{Z}$ gehele, $\mathbb{Q}$ rationale, $\mathbb{R}$ reële getallen.

Venndiagram  .

n-tupel, n-tal.

koppel(2), tripel(3), quadrupel(4).

functie, voor elke waarde van A, is er hoogstens één B oplossing.

$A \cap B = \emptyset \rightarrow$ disjunct